



Analisis Stabilitas Sistem Kendali Linier Menggunakan *Routh-Hurwitz* dan *Nyquist* dengan Implementasi *MATLAB*: Studi Kasus pada Sistem Otomasi

Mu'alfi Fahrul Fanani Sachroni ^{a1*}, Dwi Alvin Hidayat ^{a2}, Muammar Rendra Citra Alfredo ^{a3}

Tatyanoro Andrasto ^{a,4}

^a Universitas Negeri Semarang, Sekaran, Gunungpati, Semarang, Jawa Tengah 50229, Indonesia

¹ mffananis@students.unnes.ac.id *; ² dwihidayat285@students.unnes.ac.id; ³ mrendra245@students.unnes.ac.id;

⁴ tatyanoro@mail.unnes.ac.id

ARTICLE INFO	ABSTRAK
Article History Submission : 26-05-2025 Revision : 11-06-2025 Accepted : 25-06-2025 Kata Kunci: <i>MATLAB</i>, Sistem Kendali Linier, <i>Routh-Hurwitz</i>, Fungsi Alih, <i>Nyquist</i>, Stabilitas.	Stabilitas merupakan aspek fundamental dalam sistem kendali linier, yang menentukan apakah sistem akan merespons input secara terkendali atau tidak. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan efektivitas dua metode klasik analisis kestabilan, yaitu <i>Routh-Hurwitz</i> dan <i>Nyquist</i>, dalam mengevaluasi sistem kendali linier berbasis fungsi alih. Satu model sistem uji digunakan untuk menguji keandalan kedua metode dalam simulasi <i>MATLAB</i>. Hasil menunjukkan bahwa metode <i>Routh-Hurwitz</i> secara cepat mengklasifikasikan kestabilan melalui tabel evaluasi, ditandai dengan tidak adanya perubahan tanda pada kolom pertama, yang mengindikasikan sistem stabil. Sementara itu, metode <i>Nyquist</i> menunjukkan kurva yang tidak mengelilingi titik kritis -1, menandakan bahwa sistem dalam kondisi stabil. Kedua metode memberikan hasil yang konsisten, <i>Routh-Hurwitz</i> lebih unggul dalam efisiensi numerik pada sistem orde rendah, sedangkan <i>Nyquist</i> menyajikan visualisasi margin kestabilan yang lebih komprehensif. Dengan demikian, kombinasi keduanya dalam lingkungan <i>MATLAB</i> memberikan pendekatan yang komplementer dalam analisis kestabilan sistem kendali linier. This is an open access article under license CC-BY-SA. 

1. Pendahuluan

Dalam dunia teknik kontrol, stabilitas adalah hal yang sangat penting. Stabilitas menentukan apakah suatu sistem kendali bisa bekerja dengan baik atau justru mengalami kegagalan saat menghadapi gangguan atau perubahan kondisi. Jika sebuah sistem tidak stabil, ia bisa mengalami osilasi yang berlebihan, bahkan sampai benar-benar tidak dapat

dikendalikan. Karena itu, memahami dan menganalisis kestabilan adalah langkah awal yang krusial dalam merancang sistem kendali, baik untuk aplikasi industri, robotika, otomasi, maupun sistem dinamis lainnya [1].

Ada berbagai cara untuk menganalisis kestabilan, dan dua metode klasik yang sering digunakan adalah kriteria *Routh-Hurwitz* dan kriteria *Nyquist*. Meskipun pendekatannya berbeda, keduanya memiliki tujuan yang sama: mengetahui apakah sistem berada dalam kondisi stabil atau tidak [2].

Metode *Routh-Hurwitz* adalah cara berbasis aljabar untuk mengevaluasi kestabilan tanpa harus menghitung langsung semua akar dari persamaan karakteristik sistem. Metode ini bekerja dengan menyusun tabel dari koefisien polinomial karakteristik yaitu persamaan yang muncul dari penyebut fungsi alih sistem tertutup. Dari tabel tersebut, kita cukup memperhatikan tanda pada kolom pertama. Jika tidak ada perubahan tanda, artinya semua akar berada di sisi kiri bidang kompleks, dan sistem dapat dianggap stabil. Metode ini relatif sederhana, cepat, dan cocok untuk sistem dengan orde rendah hingga menengah [3].

Di sisi lain, metode *Nyquist* menggunakan pendekatan yang berbeda, yaitu melalui domain frekuensi. Metode ini melibatkan pembuatan kurva atau plot *Nyquist* berdasarkan respon frekuensi dari sistem terbuka. Dengan memperhatikan bagaimana kurva tersebut mengelilingi titik kritis $-1 + j0$, kita bisa mengetahui apakah sistem tertutup yang dihasilkan akan stabil atau tidak. *Nyquist* bukan hanya bisa menyatakan apakah sistem stabil, tapi juga memberikan gambaran tentang margin kestabilannya seperti seberapa jauh sistem dari batas ketidakstabilan, baik dari segi gain maupun fase [4].

Keduanya, meskipun dari sisi yang berbeda, sebenarnya tetap berkaitan erat dengan polinomial karakteristik sistem. *Routh-Hurwitz* mengandalkan langsung pada bentuk polinomial tersebut, sedangkan *Nyquist* mengevaluasinya secara tidak langsung melalui plot dari ekspresi $1 + G(s)H(s)$, yang juga merupakan bentuk lain dari polinomial karakteristik [5].

Dalam praktiknya, proses analisis ini bisa menjadi sangat rumit jika dilakukan secara manual, apalagi untuk sistem dengan orde tinggi. Di sinilah peran *MATLAB* sangat membantu. *MATLAB* menyediakan alat yang lengkap untuk menyusun tabel Routh, membuat plot *Nyquist*, dan melakukan perhitungan lainnya secara otomatis dan cepat. Hal ini tentu mempermudah insinyur atau peneliti dalam memahami bagaimana sistem bekerja dan bagaimana kestabilan bisa dipengaruhi oleh perubahan parameter [6].

Melalui penelitian ini, kedua metode *Routh-Hurwitz* dan *Nyquist* akan diterapkan dan dibandingkan untuk menganalisis stabilitas sistem kendali linier, dengan bantuan *MATLAB*. Tujuannya adalah untuk melihat seberapa efektif dan praktis masing-masing metode saat digunakan dalam simulasi, serta memahami kelebihan dan keterbatasan keduanya dalam konteks nyata [7].

2. Metode Penelitian

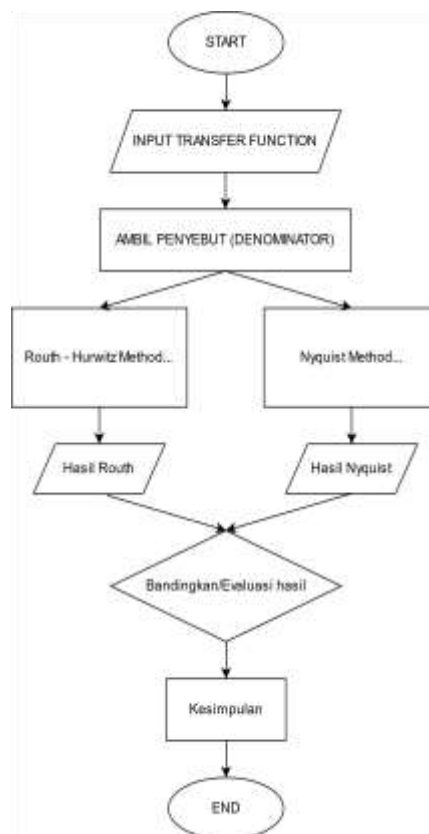
Penelitian ini menggunakan pendekatan eksperimen numerik yang bertujuan mengevaluasi kestabilan sistem kendali linier dengan menerapkan dua metode analisis kestabilan, yaitu metode *Routh-Hurwitz* dan metode *Nyquist*. Tidak seperti pendekatan

komparatif yang menggunakan beberapa model, penelitian ini hanya menggunakan satu fungsi alih (*transfer function*) yang mewakili dinamika sistem bicopter, lalu diuji dengan kedua metode tersebut secara terintegrasi dalam satu skrip *MATLAB* [8][9].

Model fungsi alih sistem diambil dan diadaptasi dari penelitian Apriaskar et al. (2024) yang membahas kendali PI untuk sistem bicopter menggunakan algoritma optimasi *Crow Search Algorithm* (CSA). Fungsi alih tersebut merepresentasikan hubungan antara sinyal perbedaan PWM terhadap sudut roll (ϕ) dari *bicopter* sebagai berikut :

$$G(s) = \frac{0.6126s^3 - 1.359s^2 + 28.81s + 5.315}{s^4 + 2.27s^3 + 19.89s^2 + 14.84s + 2.74}$$

Fungsi alih ini digunakan dalam simulasi *MATLAB* untuk menguji kestabilan sistem berdasarkan dua pendekatan analisis [10].



Gambar 1. Flowchart Simulasi

Seluruh proses simulasi dan analisis dilakukan menggunakan perangkat lunak *MATLAB* dengan bantuan *Control System Toolbox*. Pertama, fungsi alih dari sistem *bicopter* didefinisikan sebagai objek sistem linier dalam bentuk $tf(num, den)$, di mana *num* dan *den* masing-masing merupakan vektor koefisien pembilang dan penyebut dari fungsi alih :

```
num = [0.6126, -1.359, 28.81, 5.315];
den = [1, 2.27, 19.89, 14.84, 2.74];
G = tf(num, den);
```

Gambar 2. Pendefinisian vektor pembilang (*num*) dan penyebut (*den*) menggunakan perintah *tf()* di *MATLAB*.

Langkah ini digunakan untuk membentuk model sistem dinamis yang kemudian akan dianalisis menggunakan dua pendekatan kestabilan. Selanjutnya, metode *Routh-Hurwitz* diterapkan untuk menilai kestabilan sistem berdasarkan karakteristik penyebut fungsi alih. Penyusunan tabel *Routh* dilakukan secara otomatis melalui fungsi *Routh_hurwitz(den)*, yaitu subfungsi *MATLAB* yang dibangun berdasarkan algoritma numerik dari metode *Routh-Hurwitz* [11]. Fungsi ini menghasilkan tabel yang terdiri dari elemen-elemen polinomial dan menghitung nilai-nilai di setiap baris secara rekursif sesuai aturan algoritma.

Evaluasi kestabilan dilakukan dengan menghitung jumlah perubahan tanda pada kolom pertama tabel *Routh* yang dihasilkan:

```
col1 = routhTable(:,1);
negSigns = sum(sign(col1(1:end-1)) ~= sign(col1(2:end)));
```

Gambar 3. Evaluasi jumlah perubahan tanda pada kolom pertama tabel *Routh*

Jika tidak terdapat perubahan tanda, sistem dikatakan stabil sebaliknya, jika ada perubahan tanda, sistem menunjukkan ketidakstabilan. Selain itu, skrip juga secara otomatis menangani kasus khusus seperti elemen nol pada kolom pertama yang dapat menyebabkan pembagian tak terdefinisi dalam proses perhitungan. Untuk itu, kondisi tersebut diantisipasi dalam fungsi sebagai berikut:

```
for i = 3:n
    for j = 1:rows - 1
        a = routhTable(i-2, 1);
        b = routhTable(i-2, j+1);
        c = routhTable(i-1, 1);
        d = routhTable(i-1, j+1);

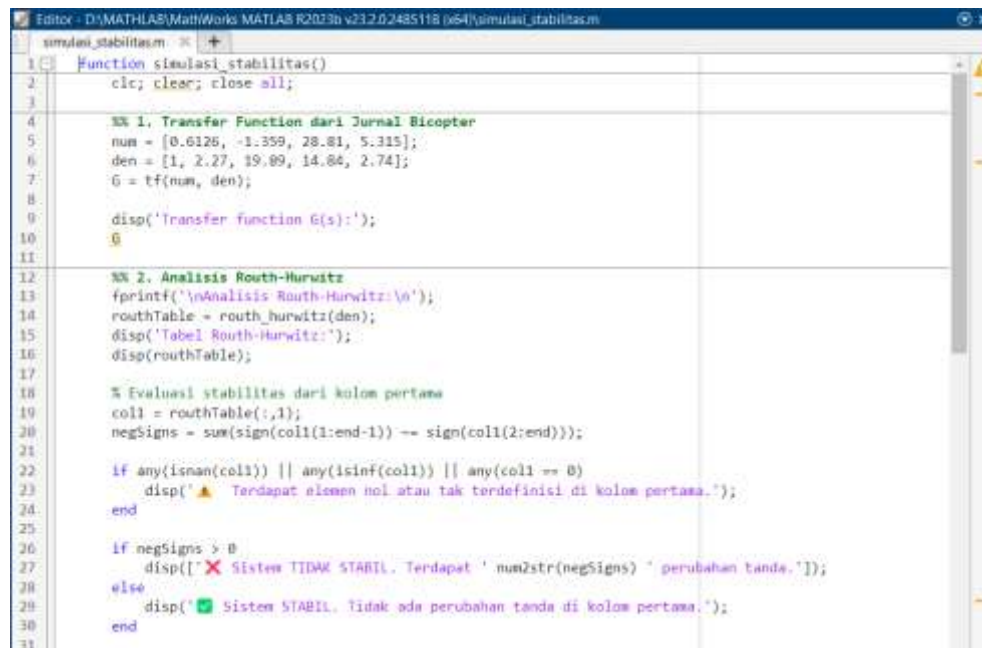
        if c == 0
            c = 1e-6; % Hindari pembagian oleh nol
        end
    end
end
```

Gambar 4. Perulangan rekursif penyusunan tabel *Routh-Hurwitz* menggunakan struktur *for* pada *MATLAB*.

Setelah proses numerik selesai, metode *Nyquist* digunakan sebagai pendekatan alternatif berbasis analisis frekuensi. Fungsi *Nyquist(G)* dari *MATLAB* digunakan untuk menghasilkan visualisasi *Nyquist* plot dari sistem terbuka [12].

Plot *Nyquist* dari fungsi alih yang sama ditampilkan menggunakan fungsi *Nyquist()* pada *MATLAB*. Kurva hasil plot diamati terhadap titik kritis $-1 + j0$ pada bidang kompleks. Interpretasi terhadap perputaran ini akan menentukan apakah sistem tertutup memenuhi kriteria kestabilan *Nyquist*, yaitu bergantung pada jumlah *zero* dan *pole* dari karakteristik fungsi *loop transfer* [13].

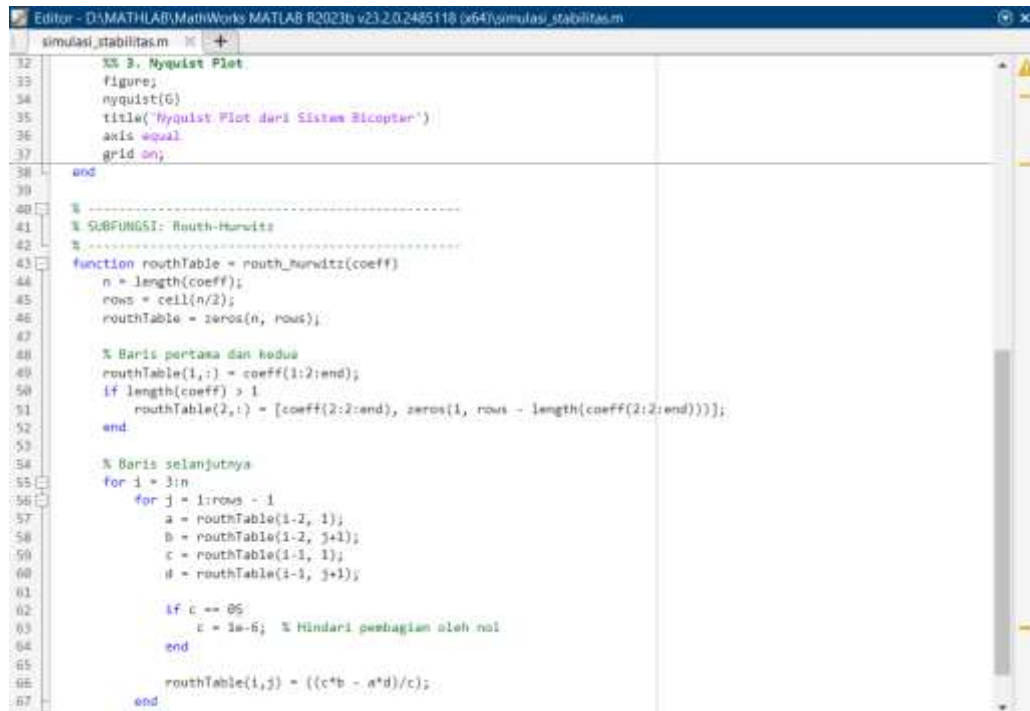
Analisis Seluruh proses simulasi diorganisasikan dalam satu rangkaian program *MATLAB* terintegrasi, yang mencakup pendefinisian sistem, analisis numerik dengan *Routh-Hurwitz*, dan visualisasi grafis melalui diagram *Nyquist*. Langkah-langkah utama simulasi ini dapat diringkas dalam *pseudocode*, mulai dari inisialisasi sistem, pembuatan tabel kestabilan, hingga interpretasi grafik hasil analisis.



```

1 function simulasi_stabilitas()
2     clc; clear; close all;
3
4     %% 1. Transfer Function dari Jurnal Bicopter
5     num = [0.6126, -1.359, 28.81, 5.315];
6     den = [1, 2.27, 19.89, 14.86, 2.74];
7     G = tf(num, den);
8
9     disp('Transfer function G(s):');
10    G
11
12    %% 2. Analisis Routh-Hurwitz
13    fprintf('\nAnalisis Routh-Hurwitz:\n');
14    routhTable = routh_hurwitz(den);
15    disp('Tabel Routh-Hurwitz:');
16    disp(routhTable);
17
18    % Evaluasi stabilitas dari kolom pertama
19    col1 = routhTable(:,1);
20    negSigns = sum(sign(col1(1:end-1)) ~= sign(col1(2:end)));
21
22    if any(isnan(col1)) || any(isinf(col1)) || any(col1 == 0)
23        disp('⚠ Terdapat elemen nol atau tak terdefinisi di kolom pertama.');
```

Gambar 5. Cuplikan Antarmuka *MATLAB* bagian *Routh-Hurwitz*

Gambar 6. Cuplikan antarmuka *MATLAB* bagian plot *Nyquist*

Dengan menggunakan satu model sistem yang sama untuk dua metode, pendekatan ini memungkinkan perbandingan langsung dalam hal efektivitas, kemudahan implementasi, dan ketepatan hasil analisis kestabilan sistem [14].

3. Hasil dan Pembahasan

Bagian ini menyajikan hasil analisis kestabilan sistem kontrol bicopter menggunakan kriteria *Routh-Hurwitz* dan *Nyquist*, serta interpretasi atas hasil tersebut. Transfer function loop terbuka yang akan dianalisis adalah :

$$G(s) = \frac{0.6126s^3 - 1.359s^2 + 28.81s + 5.315}{s^4 + 2.27s^3 + 19.89s^2 + 14.84s + 2.74}$$

Polinom karakteristik loop tertutup (dengan umpan balik satuan) diperoleh dari $1 + G(s) = 0$, yaitu $s^4 + 2.27s^3 + 19.89s^2 + 14.84s + 2.74$. Kriteria *Routh-Hurwitz* kemudian diterapkan pada polinom ini untuk memeriksa kestabilan.

3.1. Analisis *Routh-Hurwitz*

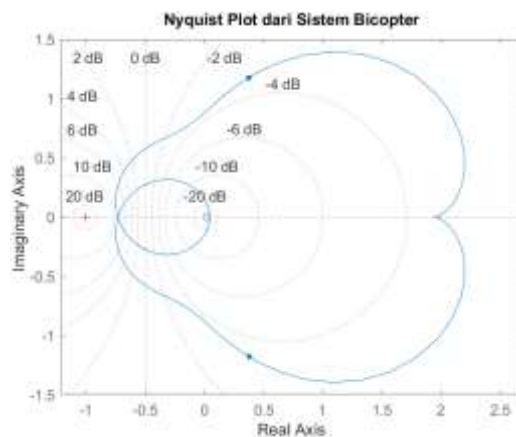
Tabel *Routh-Hurwitz* untuk polinom karakteristik tersaji pada Tabel 1. Perhatikan bahwa kolom pertama tabel ini hanya memiliki koefisien positif (1.0000, 2.8826, 13.3526, 14.3742, 2.7400). Tidak terdapat perubahan tanda antar entri kolom pertama, yang berarti tidak ada akar dengan bagian real positif [00]. Dengan kata lain, semua kutub sistem tertutup terletak di sebelah kiri bidang $-s$ (daerah stabil). Oleh karena itu, sistem memenuhi kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz* dan dinyatakan stabil. Hal ini konsisten dengan sifat polinom karakteristik yang semua akarnya berreal negatif [15].

Tabel 1: Tabel *Routh–Hurwitz* untuk polinom karakteristik

Orde	Kolom 1	Kolom 2	Kolom 3
s^4	1.0000	19.8900	2.7400
s^3	2.2700	14.8400	0.0000
s^2	13.3526	2.7400	0.0000
s^1	14.3742	0.0000	0.0000
s^0	2.7400	0.0000	0.0000

3.2. Analisis Nyquist

Simulasi selanjutnya dilakukan dengan menggunakan perintah *Nyquist(G)* untuk melihat lintasan *Nyquist* dari sistem terbuka. Grafik hasil simulasi ditampilkan sebagai berikut:

Gambar 7. Hasil Output *Nyquist Plot* dari Sistem *Bicopter*

Garis lintasan menunjukkan arah putaran terhadap titik kritis $-1 + j0$. Berdasarkan hasil yang ditampilkan, kurva *Nyquist* tidak mengelilingi titik $-1 + j0$ dan tidak terdapat perputaran kurva terhadap titik tersebut, baik searah maupun berlawanan arah jarum jam. Hal ini menunjukkan bahwa sistem tertutup tidak memiliki pole (kutub) di sebelah kanan sumbu imajiner. Dengan kata lain, jika dalam sistem terbuka tidak ada pole di sisi kanan (RHP) atau $P = 0$, dan jumlah kelilingan terhadap titik -1 adalah $N = 0$, maka dari persamaan *Nyquist* $N = Z - P$, diperoleh $Z = 0$. Artinya, tidak ada pole sistem tertutup di RHP, dan sistem dapat disimpulkan dalam kondisi stabil menurut kriteria *Nyquist* [16].

3.3. Pembahasan dan Perbandingan Metode

Jika dibandingkan, metode *Routh–Hurwitz* dan *Nyquist* masing-masing memiliki karakteristik dan keunggulan tersendiri. *Routh–Hurwitz* merupakan pendekatan numerik berbasis aljabar yang cepat dan efisien untuk sistem orde rendah, serta memberikan hasil yang eksplisit mengenai kestabilan tanpa memerlukan visualisasi. Namun, metode ini tidak memberikan informasi tentang margin kestabilan, seperti margin gain dan fase. Sebaliknya, metode *Nyquist* memberikan pendekatan visual yang dapat menggambarkan karakteristik frekuensi sistem secara menyeluruh, termasuk margin kestabilan, yang sangat berguna pada

Mu'alfi Fahrul Fanani Sachroni (Analisis Stabilitas Sistem Kendali Linier Menggunakan *Routh–Hurwitz* dan *Nyquist* dengan Implementasi MATLAB: Studi Kasus pada Sistem Otomasi)

sistem dengan kompleksitas tinggi atau sistem dengan komponen dinamis yang signifikan. Meski demikian, *Nyquist* memerlukan pemahaman yang lebih mendalam terhadap bentuk lintasan dan interpretasi grafik, serta bergantung pada presisi plot frekuensi.

Secara keseluruhan, kedua metode memberikan hasil yang konsisten, yaitu menyatakan sistem kontrol bicopter berada dalam kondisi stabil. Hal ini menunjukkan bahwa kedua pendekatan tersebut saling melengkapi: metode *Routh-Hurwitz* efektif untuk validasi cepat dan langsung, sedangkan *Nyquist* sangat bermanfaat untuk memperkuat pemahaman terhadap perilaku dinamis sistem melalui pendekatan frekuensi.

4. Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa dua metode klasik analisis kestabilan sistem kendali linier, yaitu *Routh-Hurwitz* dan *Nyquist*, dapat diterapkan secara terintegrasi dalam lingkungan *MATLAB* untuk mengevaluasi kestabilan sistem *bicopter*. Fungsi alih yang diadaptasi dari literatur digunakan sebagai satu-satunya model uji untuk memastikan konsistensi hasil dari kedua pendekatan.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode *Routh-Hurwitz* memberikan evaluasi numerik yang cepat dan tepat dengan melihat perubahan tanda dalam tabel karakteristik. Sementara itu, metode *Nyquist* menyajikan visualisasi berbasis frekuensi yang memberikan pemahaman mendalam mengenai margin kestabilan sistem terhadap titik kritis $-1 + j0$. Kedua metode secara konsisten menyatakan bahwa sistem berada dalam kondisi stabil.

Dari segi implementasi, *Routh-Hurwitz* memiliki keunggulan dalam efisiensi evaluasi numerik untuk sistem berorde rendah hingga menengah, sedangkan *Nyquist* lebih unggul dalam menyampaikan gambaran menyeluruh mengenai karakteristik dinamis sistem. Kombinasi keduanya memberikan analisis yang saling melengkapi, baik dari sisi aljabar maupun visualisasi.

Penelitian ini membuka peluang pengembangan lebih lanjut, seperti pengujian pada sistem dengan orde lebih tinggi, sistem dengan ketidakpastian parameter, atau penerapan pada sistem kendali adaptif dan nonlinier yang kompleks. Dengan demikian, pendekatan terintegrasi ini dapat menjadi dasar kuat dalam analisis dan perancangan sistem kendali yang lebih canggih di masa mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] V. Kodkin, A. Anikin, and E. Kuznetsova, "Efficiency of Applying the *Nyquist* and V.M. Popov Criteria for Stability Analysis of Linearized Automatic Control Systems in Electromechanics and Power Engineering," *Energies (Basel)*, vol. 16, no. 2, 2023, doi: 10.3390/en16020872.
- [2] A. Hastir and R. Muolo, "A generalized *Routh-Hurwitz* criterion for the stability analysis of polynomials with complex coefficients: Application to the PI-control of vibrating structures," *IFAC Journal of Systems and Control*, vol. 26, 2023, doi: 10.1016/j.ifacsc.2023.100235.

- [3] D. Medhi, G. Sarma, and A. Shyam, "Stability Analysis of Linear Systems Using the *Routh-Hurwitz* Criterion : Theory and Applications," vol. 33, no. 8, pp. 903–907, 2024.
- [4] J. Yang, X. Hou, and Y. Li, "A Generalization of *Routh-Hurwitz* Stability Criterion for Fractional-Order Systems with Order $\alpha \in (1, 2)$," *Fractal and Fractional*, vol. 6, no. 10, pp. 1–13, 2022, doi: 10.3390/fractalfract6100557.
- [5] J. Björk and K. H. Johansson, "A Scalable *Nyquist* Stability Criterion with Application to Power System Small-Signal Stability," pp. 1–9, 2020.
- [6] S. P. Heo, H. Choi, and Y. M. Yang, "Novel stability approach using *Routh-Hurwitz* criterion for brain computer interface applications," *Technology and Health Care*, vol. 32, pp. S17–S25, 2024, doi: 10.3233/THC-248002.
- [7] A. Patil, "*Routh-Hurwitz* Criterion for Stability: An Overview and Its Implementation on Characteristic Equation Vectors Using *MATLAB*," 2021, pp. 319–329. doi: 10.1007/978-981-15-9927-9_32.
- [8] A. Farhan and H. Basirzadeh, "*Routh* stability criterion and Lyapunov-*Routh* method in control theory," vol. 15, no. July 2023, pp. 111–120, 2024.
- [9] M. Belouerghi, T. Menacer, and R. Lozi, "The *Routh Hurwitz* Criteria for Studying The Stability and Bifurcation in Multispiral Chua Chaotic Attractor," *Mendel*, vol. 29, no. 1, pp. 71–83, 2023, doi: 10.13164/mendel.2023.1.071.
- [10] E. Apriaskar, D. Prastiyanto, A. A. Manaf, M. A. Maulana, and R. M. Nurhakim, "Optimized PI Control Design for Balancing Bicopter using Multi-Criteria Crow Search Algorithm," *IOP Conf Ser Earth Environ Sci*, vol. 1381, no. 1, 2024, doi: 10.1088/1755-1315/1381/1/012030.
- [11] H. Dibyo Laksono, "*Metoda –Metoda Untuk Analisa Kestabilan Sistem Kendali Dengan MATLAB.*" Lembaga Pengembangan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LPTIK) Universitas Andalas, 2017.
- [12] R. Muolo, A. Hastir, and H. Nakao, "Stabilization of hyperbolic reaction-diffusion systems on directed networks through the generalized *Routh-Hurwitz* criterion for complex polynomials," *2024 SICE International Symposium on Control Systems, SICE ISCS 2024*, pp. 73–79, 2024, doi: 10.23919/SICEISCS60954.2024.10505754.
- [13] E. Baron-Prada, A. Anta, A. Padoan, and F. Dörfler, "Stability results for MIMO LTI systems via Scaled Relative Graphs," no. 0, pp. 1–6, 2025.
- [14] Ş. YILMAZ, "Hurwitz Stability of Matrix Segment and The Common Solution Set of 2 and 3-Dimensional Lyapunov Equations," *Sakarya University Journal of Science*, vol. 24, no. 2, pp. 357–364, 2020, doi: 10.16984/aufenbilder.573551.

- [15] X. Xie and Y. Zhou, "Stability of Second-Order Discrete Linear Switching Systems: The Case of All Subsystems With Eigenvalue Modulus > 1 Under State-Dependent Switching," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 35, pp. 3329–3344, Jan. 2025, doi: 10.1002/rnc.7845.
- [16] R. Kadiev and A. Ponosov, "Partial Stability of Linear Hybrid Discrete–Continuous Itô Systems with Aftereffect," *Mathematics*, vol. 13, p. 397, Jan. 2025, doi: 10.3390/math13030397.